

Contributions to the characterisation of galvanic platings

Part I: Units of the hardness measurement

Zur Charakterisierung galvanischer Schichten

Teil I: Einheiten bei der Härtemessung

By Dr. sc. nat. Thomas Allmendinger, Glattbrugg/Schweiz

1 The hardness measurement according to Vickers and Knoop

For the measurement of – minimum 20 µm thick – platings, two methods have become common. In any case, a pyramid consisting of a diamante-like material is pressed upon the plating by means of a weight-force effecting a rectangular imprint whose diagonal is measured under the microscope delivering by calculation the *Vickers-hardness* or the *Knoop-hardness*, respectively. These two methods solely differ in the shape of the pyramid, whereby in the case of *Vickers* an equilateral pyramid with a square base-area and in the case of *Knoop* such a one with a rhombic base-area is used (the requirements upon the precisions of the pyramids are given in the DIN EN ISO 4516).

The advantage of the *Knoop*-method consists in the feasibility of using lower weights since the diagonal of the imprints area gets longer due to the flatter shape of this pyramid. The *Knoop-hardness* (HK) may be converted into the *Vickers-hardness* (HV) by multiplication by the factor 0,9. The publication of *R. Rolff* [1] comprises all the conventional specifications to which the following considerations refer. According to these specifications, the values for the hardness have to be calculated as follows (using the actual unit *Newton* as well as the ancient unit *pond* = gramm-force = gf):

$$\text{HV (Vickers)} = 1854 \text{ F}/d^2$$

(force F in pond, diagonal d in µm)

$$\text{HV (Vickers)} = 189100 \text{ F}^*/d^2$$

(force F* in Newton, diagonal d in µm)

$$\text{HK (Knoop)} = 14229 \text{ F}/d^2$$

(force F in pond, longer diagonal d in µm)

$$\text{HK (Knoop)} = 1451000 \text{ F}^*/d^2$$

(force F* in Newton, longer diagonal d in µm)

1 Die Härtemessung nach Vickers und nach Knoop

Zur Messung der Mikrohärtigkeit einer – wenigstens 20 µm dicken - Schicht haben sich zwei Methoden eingebürgert, wobei in jedem Fall eine aus einem diamantartigen, also sehr harten Material bestehende Pyramide unter Einsatz eines bestimmten Gewichts auf die Schicht gedrückt wird, sodass ein rechteckiger Eindruck entsteht. Die Härte kann dann aufgrund der unter dem Mikroskop gemessenen Diagonallänge dieses Eindrucks ermittelt werden. Die beiden bekannten Methoden (nach *Vickers* bzw. nach *Knoop*) unterscheiden sich lediglich in der Art der verwendeten Pyramide, wobei im ersten Fall (*Vickers*) eine gleichseitige Pyramide mit quadratischer Grundfläche und im zweiten (*Knoop*) eine mit rhombischer Grundfläche eingesetzt wird (die Anforderungen an die Präzision dieser Pyramiden sind in der DIN EN ISO 4516 vorgegeben).

Der Vorteil der letzteren Methode besteht darin, mit kleineren Gewichten arbeiten zu können, weil die Fläche beim Eindruck der dort verwendeten, flacheren Pyramide größer ist. Dabei kann die *Vickers-Härte* (HV) aus der *Knoop-Härte* (HK) durch Multiplikation mit dem Faktor 0,9 berechnet werden. Das Verfahren wurde von *R. Rolff* ausführlich beschrieben [1], wobei die nachfolgenden Überlegungen darauf Bezug nehmen. Danach sind die Härtewerte folgendermaßen zu berechnen, wobei neben der heute allgemein üblichen Einheit *Newton* auch die ältere Einheit *Pond* angegeben wird:

$$\text{HV (Vickers)} = 1854 \text{ F}/d^2$$

(Kraft F in Pond, Diagonale d in µm)

$$\text{HV (Vickers)} = 189100 \text{ F}^*/d^2$$

(Kraft F* in Newton, Diagonale d in µm)

$$\text{HK (Knoop)} = 14229 \text{ F}/d^2$$

(Kraft F in Pond, längere Diagonale d in µm)

$$\text{HK (Knoop)} = 1451000 \text{ F}^*/d^2$$

(Kraft F* in Newton, längere Diagonale d in µm)

* Thereby, the conventional relations are used 1 Newton (N) = 1 kgm/s² and 1 kilopond (kp) = 9.81 N. However, the values getting calculated by means of these formulas are independent on the unit *pond* or *Newton*, respectively.

Example:

If a diagonal-length of 25 μm is measured using a Vickers-diamante with a weight-force of 50 g (corresponding to 50 p), the Vickers-Hardness is calculated as $148 \text{ p}/(\mu\text{m})^2$. On the other hand, using the relation $50 \text{ p} = 0.49 \text{ N}$, one gets according to the above formula $148 \text{ N}/(\mu\text{m})^2$. I.e. the same numerical value is delivered but with other units.

Conventionally, the result of such a measurement is appointed by specifying the mass applied in kg but not mentioning the unit. For the above example, it would be written

$$\text{HV}(0.05) = 148$$

2 Inconsistencies concerning the given method of calculation

If one compares the two results of the example given above, the inconsistency of the different units, combined with the same numerical values, must attract attention, since the equation yields $148 \text{ p}/(\mu\text{m})^2 = 148 \text{ N}/(\mu\text{m})^2$ meaning that $1 \text{ p} = 1 \text{ N}$. This inconsistency is *removed* by omitting the physical units and using the names *Vickers* or *Knoop* instead of real physical units.

A further inconsistency is given by the fact that the Vickers-Hardness is not equal to the Knoop-Hardness since it has to be converted multiplying by a constant factor (as mentioned initially).

However, the micro-hardness indeed exhibits a physical unit, namely this one of a *pressure*, defined as power per area. Correctly, the hardness should be noted in terms of pressure being theoretically independent on the method of investigation.

3 Physical model

For being able to remove these inconsistencies, a model shall be used corresponding to the procedure of the hardness-measurement and allowing

* Dabei ist ein Newton (N) bekanntlich 1 kg m/s² bzw. 0,102 kp = 102 p bzw. ein Kilopond (kp) = 9,81 N. Der gemäß dieser Formeln erhaltene Zahlenwert ist jedoch unabhängig davon, ob man mit Pond oder mit Newton rechnet.

Beispiel:

Misst man bei Verwendung eines Vickers-Diamanten und bei Einsatz einer Masse von 50 g (entsprechend einer Kraft von 50 p) eine Diagonalenlänge von 25 μm , so errechnet sich daraus eine Vickers-Härte von $148 \text{ p}/(\mu\text{m})^2$. Berücksichtigt man, dass 50 p umgerechnet 0,49 N entsprechen, so erhält man gemäß der zweiten obigen Berechnungsformel $148 \text{ N}/(\mu\text{m})^2$, also denselben Zahlenwert.

Bei der Angabe des Messwertes ist es üblich, die eingesetzte Masse in kg zu vermerken, während die physikalische Einheit weggelassen wird. Das Resultat beim obigen Beispiel hieße somit

$$\text{HV}(0,05) = 148.$$

2 Unstimmigkeiten bei der Berechnungsmethode

Hält man sich beim obigen Beispiel die beiden Ergebnisse vor Augen, so fällt die dimensionsmäßige Unstimmigkeit auf, wonach $148 \text{ p}/(\mu\text{m})^2$ gleich $148 \text{ N}/(\mu\text{m})^2$ sein sollen. Dies würde ja nichts anderes heißen, als dass $1 \text{ p} = 1 \text{ N}$ sein müsste. Diese Unstimmigkeit wird dadurch behoben, dass die physikalischen Einheiten einfach weggelassen werden und dass nur noch von *Vickers* – bzw. von *Knoop* – die Rede ist.

Eine weitere, damit zusammenhängende Unstimmigkeit besteht darin, dass die Vickers-Härte nicht gleich der Knoop-Härte ist, sondern – wie eingangs erwähnt – durch Multiplikation mit einem konstanten Faktor umzurechnen ist.

Die Mikrohärtete weist aber in der Tat eine eindeutige physikalische Einheit auf, und zwar die eines *Drucks*, bekanntlich als Kraft pro Fläche definiert. Die Härte müsste somit in Einheiten des Drucks angegeben werden, und ihr Wert müsste theoretisch unabhängig von der Bestimmungsmethode sein.

3 Physikalisches Modell

Um diese Unstimmigkeiten zu beseitigen, soll zwecks Herleitung einer physikalisch sinnvollen Berechnungsformel ein Modell herangezogen

the derivation of the calculation formula. Even if the resulting value finally exhibits the same dimension – namely this one of a pressure –, the meaning is another one: *hardness* represents a *property* (of the plating), whereas *pressure* generates a dynamic process with a *static result in form of an imprint*. Physically, this measuring-procedure is consistent with a *dislocation-work per displaced volume*. The model used here is based on the below shown drawing of a pyramid with a rhombic area such as the Knoop-diamante, pointing downwards. Based on this model, generally valid calculation-formulas are derived, whereas the formulas for the more special case of the Vickers-diamante (with a quadratic area) can then be derived from the general case.

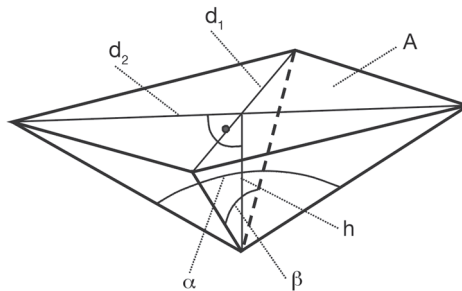


Fig. 1: pyramid with a rhombic area (Knoop-diamante)
Abb. 1: Pyramidenform mit rhombischer Grundfläche (nach Knoop)

3.1 Calculation approach for the true hardness

The calculation for hardness is, in words:

hardness $H =$
dislocation work per displaced volume

respectively formally:

$$H = \int F \cdot \partial h / V \quad <1>$$

with $F =$ weight-force.

3.2 Calculation of the volume

The volume of the impact is:

$$V = \int A \cdot \partial h \quad <2>$$

with $A =$ area according to *Figure 1*.

Thereby the following relations are valid:

$$A = d_1 \cdot d_2 / 2 \quad <3>$$

$$d_1 / 2h = \tan \beta / 2 \quad <4>$$

$$d_2 / 2h = \tan \alpha / 2 \quad <5a>$$

Combined together, an expression for the area A is obtained:

$$A = 2 \cdot h^2 \cdot \tan \alpha / 2 \cdot \tan \beta / 2 \quad <6>$$

and – using *equation <2>* – an expression for the volume V :

werden, welches dem Vorgang der Härtemessung entspricht. Zwar ist das Ergebnis dimensionsmäßig dasselbe (Druck), doch ist die Bedeutung des Begriffs eine andere: *Härte* ist eine *spezifische Schichteigenschaft*, während *Druck* infolge des dynamischen Messvorgangs ein *statisches Resultat in Form eines Eindrucks* erzeugt. Physikalisch entspricht dieser Messvorgang einer *Verschiebungsarbeit pro verdrängtes Volumen*. Zugrunde gelegt wird die in *Abbildung 1* gezeigte allgemeine (nach unten weisenden) Pyramidenform mit rhombischer Grundfläche, wie sie für die Bestimmung nach *Knoop* eingesetzt wird. Die Formeln für die spezielle Form mit quadratischer Grundfläche, wie sie für die Bestimmung nach *Vickers* eingesetzt wird, können ohne weiteres aus den Formeln für die allgemeine Form abgeleitet werden.

3.1 Berechnungsansatz

Die Härte wird berechnet gemäß (in Worten):

Härte $H =$
Verschiebungsarbeit pro verdrängtes Volumen

bzw. formal:

$$H = \int F \cdot \partial h / V \quad <1>$$

wobei F die Kraft des aufgelegten Gewichts ist.

3.2 Volumenberechnung

Das Volumen des Eindrucks ergibt sich zu:

$$V = \int A \cdot \partial h \quad <2>$$

wobei A die Fläche gemäß *Abbildung 1* bedeutet.

Dabei gilt:

$$A = d_1 \cdot d_2 / 2 \quad <3>$$

$$d_1 / 2h = \tan \beta / 2 \quad <4>$$

$$d_2 / 2h = \tan \alpha / 2 \quad <5a>$$

Daraus ergibt sich für die Fläche A :

$$A = 2 \cdot h^2 \cdot \tan \alpha / 2 \cdot \tan \beta / 2 \quad <6>$$

Sowie – unter Verwendung von *Gleichung <2>* – für das Volumen V :

$$V = f \cdot 2 \cdot h^2 \cdot \tan \alpha/2 \tan \beta/2 \cdot \partial h$$

respectively

$$V = 2/3 h^3 \cdot \tan \alpha/2 \tan \beta/2 \quad <7a>$$

If *equation <7a>* is expressed by terms of *equation <6>*, the following simple formula is obtained:

$$V = A \cdot h / 3 \quad <7b>$$

This formula is found in textbooks, too, but there it is related to equilateral pyramids. Obviously, it is also valid for pyramids with rhombic areas such as the Knoop-diamante.

3.3 Calculation of the true hardness H

Inserting *equation <7b>* in *equation <1>* yields:

$$H = f \cdot 3 \cdot F \cdot \partial h / (2 \cdot h^3 \cdot \tan \alpha/2 \tan \beta/2)$$

$$H = 3 \cdot F / (4 \cdot h^2 \cdot \tan \alpha/2 \tan \beta/2) \quad <8>$$

However, not the extension in depth h is measured but the diagonal d_2 . So the following substitution is necessary, using *equation <5a>*:

$$h = d_2 / 2 \tan \alpha/2 \quad <5b>$$

i.e.

$$h^2 = d_2^2 / 4 (\tan \alpha/2)^2 \quad <5c>$$

By converting the indefinite integral into a definite integral, one gets

$$H = 3 \cdot F \cdot \tan \alpha/2 / d_2^2 \tan \beta/2 \quad <9>$$

In the case of the *determination by the Vickers-diamante*, it is $\alpha = \beta$ and $d_1 = d_2 = d$, leading to the reduced expression

$$H = 3F / d^2 \quad <10>$$

Example 1:

If a weight-force of 100 ponds is used and a diagonal-length of 25 μm is measured, *equation <10>* yields a true hardness of 480 kp per mm^2 . However, the calculation according to the Vickers-formula yields $HV = 296.6$. Thus, the resulting converting-factor between the Vickers-value and this value is 1.618.

In the case of the *determination by the Knoop-diamante*, it is

$$\alpha = 172^\circ 30' \text{ and therefore } \tan \alpha/2 = 15,257$$

$$\beta = 130^\circ \text{ and therefore } \tan \beta/2 = 2,1445$$

leading to the following expression:

$$H = 3F/d_2^2 \cdot 7,1145 \quad <11>$$

$$V = f \cdot 2 \cdot h^2 \cdot \tan \alpha/2 \tan \beta/2 \cdot \partial h$$

bzw.

$$V = 2/3 h^3 \cdot \tan \alpha/2 \tan \beta/2 \quad <7a>$$

Drückt man *Gleichung <7a>* auf Grund von *Gleichung <6>* aus, so ergibt sich die einfache Form:

$$V = A \cdot h / 3 \quad <7b>$$

Diese Formel findet man auch in Lehrbüchern, und zwar für gleichseitige Pyramiden. Sie gilt offensichtlich auch allgemein für Pyramiden mit rhombischer Grundfläche – also auch für den Knoop'schen Diamanten.

3.3 Berechnung der Härte

Setzt man den Ausdruck für das Volumen aus *Gleichung <7b>* in *Gleichung <1>* ein, so erhält man:

$$H = f \cdot 3 \cdot F \cdot \partial h / (2 \cdot h^3 \cdot \tan \alpha/2 \tan \beta/2)$$

$$H = 3 \cdot F / (4 \cdot h^2 \cdot \tan \alpha/2 \tan \beta/2) \quad <8>$$

Gemessen wird allerdings nicht die Eindringtiefe h, sondern die Diagonale d_2 . Die entsprechende Substitution führt zu *Gleichung <5a>*:

$$h = d_2 / 2 \tan \alpha/2 \quad <5b>$$

bzw.

$$h^2 = d_2^2 / 4 (\tan \alpha/2)^2 \quad <5c>$$

Dadurch erhält man – nach Überführung des unbestimmten Integrals in ein bestimmtes –

$$H = 3 \cdot F \cdot \tan \alpha/2 / d_2^2 \tan \beta/2 \quad <9>$$

Im Falle der Bestimmung mit dem Vickers-Diamanten ist $\alpha = \beta$ und $d_1 = d_2 = d$, sodass sich *Gleichung <9>* vereinfacht zu

$$H = 3F / d^2 \quad <10>$$

Beispiel 1:

Wird bei einer Belastung von 100 Pond eine Diagonallänge von 25 μm gemessen, so ergibt dies nach *Gleichung <10>* eine Härte von 480 kp pro mm^2 . Die Berechnung nach Vickers ergibt dagegen die Zahl 296,6. Somit ergibt sich ein Umrechnungsfaktor von 1,618 zwischen der Vickers-Härte und dem obigen Wert.

Im Falle der *Bestimmung mit dem Knoop-Diamanten* gilt

$$\alpha = 172^\circ 30' \text{ und somit } \tan \alpha/2 = 15,257$$

$$\beta = 130^\circ \text{ und somit } \tan \beta/2 = 2,1445$$

was folgenden Ausdruck ergibt:

$$H = 3F/d_2^2 \cdot 7,1145 \quad <11>$$

By comparison of *equations* <10> and <11>, a relation between the two diagonal-lengths is obtained in the case where the weight-forces are equal:

$$d_2 = 2,667 \cdot d \quad <12>$$

Example 2:

If at the same layer as in example 1 the measurement is carried out with a Knoop-diamant applying a weight-force of 100 ponds leading to a diagonal-length of $25 \times 2,667 = 66,7$, *equation* <10> yields – such as in example 1 – a hardness of 480 kp per mm^2 . However, the calculation according to the Knoop-formula yields $\text{HK} = 319,7$. Thus, the resulting converting-factor between the Knoop-value and this value is 1.500. When the Vickers-hardness, calculated in example 1, is included, the relation $480 \text{ kp/mm}^2 = \text{HK} 319,7 = \text{HV} 296,6$ is obtained. Thus the precise converting factor between the Knoop-value and the Vickers-value is 0.927 (literature: 0.9).

4 Abstract and Conclusions

The calculation carried out here starts from the approach that hardness is to be considered as a *dislocation-work per displaced volume*. This approach leads finally to the same physical dimension as it is associated with the conventional hardness according to *Vickers* or to *Knoop*, namely with a *force per area*, being equivalent to a *pressure*. However, if the unit kp/mm^2 is used, approximately twice the values of the Vickers- or Knopp-hardness are obtained (eg. 10 or 11). It is remarkable yet that the calculation does not depend on the top angle of the pyramid.

According to these formulas, (theoretically) identical values are obtained, independent on the applied method. (Obviously, due to the different geometry, different diagonals as well as different formulas are utilized). Therefore, it is proposed herewith to call this value the **true hardness H_{true}** , preferably noted in kp/mm^2 . This unit seems to be optimum since it leads to values being in the same dimension as the conventional numbers of *Vickers* and *Knoop*. On the other hand, the calculations according to *Vickers* as well as to *Knoop* lead to different values, but they

Durch Gegenüberstellung der *Gleichungen* <10> und <11> erhält man eine Relation zwischen den beiden Diagonallängen für den Fall, dass die Belastung gleich ist:

$$d_2 = 2,667 \cdot d \quad <12>$$

Beispiel 2:

Wird auf derselben Schicht wie in *Beispiel 1* bei einer Belastung von 100 Pond eine Längs-Diagonallänge von $25 \times 2,667 = 66,7 \mu\text{m}$ gemessen, so ergibt dies nach *Gleichung* <11> dieselbe Härte von 480 kp pro mm^2 . Die Berechnung nach *Knoop* ergibt dagegen die Zahl 319,7. Somit beträgt der Umrechnungsfaktor zwischen der Knoop-Härte und dem obigen Wert 1,500. Nimmt man die in *Beispiel 1* berechnete Vickers-Härte hinzu, so ergibt sich die Relation $480 \text{ kp/mm}^2 = \text{HK} 319,7 = \text{HV} 296,6$. Also beträgt der Umrechnungsfaktor von der Knoop- zur Vickers-Härte 0,927 (Literaturwert 0,9).

4 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Die hier durchgeführte Rechnung geht von der Annahme aus, dass die Härte als *Verschiebungsarbeit pro verdrängtes Volumen* aufzufassen ist. Diese Annahme führt im Endeffekt zur selben physikalischen Dimension, wie sie der herkömmlichen Härte zu Grunde liegt, nämlich zu einer *Kraft pro Fläche*, welche der Dimension eines *Drucks* entspricht. Rechnet man in kp pro mm^2 , so erhält man ungefähr doppelt so große Werte wie für die Vickers- bzw. die Knoop-Härten (*Gl. 10* bzw. *Gl. 11*). Vermerkwert ist – namentlich bei der quadratischen Pyramide – die Unabhängigkeit der Berechnung vom Öffnungswinkel.

Gemäß den obigen Gleichungen kommt man – theoretisch – stets auf denselben Härtewert, und zwar unabhängig von der angewandten Methode. Dabei ist zu berücksichtigen, dass – bedingt durch die unterschiedliche Geometrie – je nach Methode eine andere Diagonale und damit auch ein anderer Wert dafür erhalten bzw. ausgewertet wird. Daher wird hier vorgeschlagen, diesen Wert als die **wahre Härte H_{true}** zu bezeichnen und vorzugsweise die Dimension kp/mm^2 zu verwenden. Demgegenüber liefern die Berechnungsformeln nach *Vickers* bzw. nach *Knoop* nicht denselben Wert. Allerdings sind

are correlated one to the others by constant factors. The correlations are:

$$H_{\text{true}} = 1.618 \cdot HV = 1.500 \cdot HK$$

and thus

$$HV = 0.927 HK$$

Obviously, the original concept of the hardness-measurement according to *Vickers* as well as to *Knoop* is plausible but the deduction on the physical model was not correct leading to a different scaling being physically inaccurate. Even if the conventional names Vickers-Hardness and Knoop-Hardness will surely remain in the literature and in the professional vocabulary, it would certainly be advantageous if, in future, the *true hardness-value* is additionally noted in parentheses, preferably with the unit kp/mm^2 .

Reference / Literatur

[1] R. Rolff; Galvanotechnik, 79 (1988)7, S. 2194-2198

all diese Werte über konstante Faktoren zueinander korreliert, wobei folgende Beziehungen gelten:

$$H_{\text{true}} = 1,618 \cdot HV = 1,500 \cdot HK$$

und folglich

$$HV = 0,927$$

Offensichtlich ist der ursprüngliche Ansatz für die Härtemessung nach *Vickers* wie auch nach *Knoop* plausibel, nur die Herleitung aus dem physikalischen Modell erfolgte nicht korrekt, was eine unterschiedliche, physikalisch unzutreffende Skalierung zur Folge hatte. Da die Begriffe Vickers-Härte bzw. Knoop-Härte wohl kaum aus dem Fachvokabular verschwinden werden – nur schon deshalb nicht, weil sie nicht aus den älteren Publikationen zu tilgen sind –, empfiehlt sich in Zukunft wenigstens die zusätzliche Angabe des wahren Werts in Klammern, vorzugsweise mit der Einheit kp/mm^2 .

Contact / Kontakt

Collini AG, CH-8600 Dübendorf; Internet: <http://www.collini.eu>